

ДЕФОРМАЦИОННЫЙ МОДУЛЬ В СКМ ЛП «ПОЛИГОН-СОФТ»

Монастырский А.В., ЗАО «CuSoft» (CSoft)

При литье заготовок есть опасность возникновения целого списка дефектов, причиной которых является неизбежная неравномерность охлаждения расплава из-за наличия в отливке тонких и массивных частей, неравномерной толщины стенок формы и т.д. К таким дефектам относятся трещины (рис. 1) и несоответствие геометрии (коробление), которые возникают из-за внутренних напряжений в металле и форме, изменяющих геометрию отливки, и даже вызывающих ее разрушение.

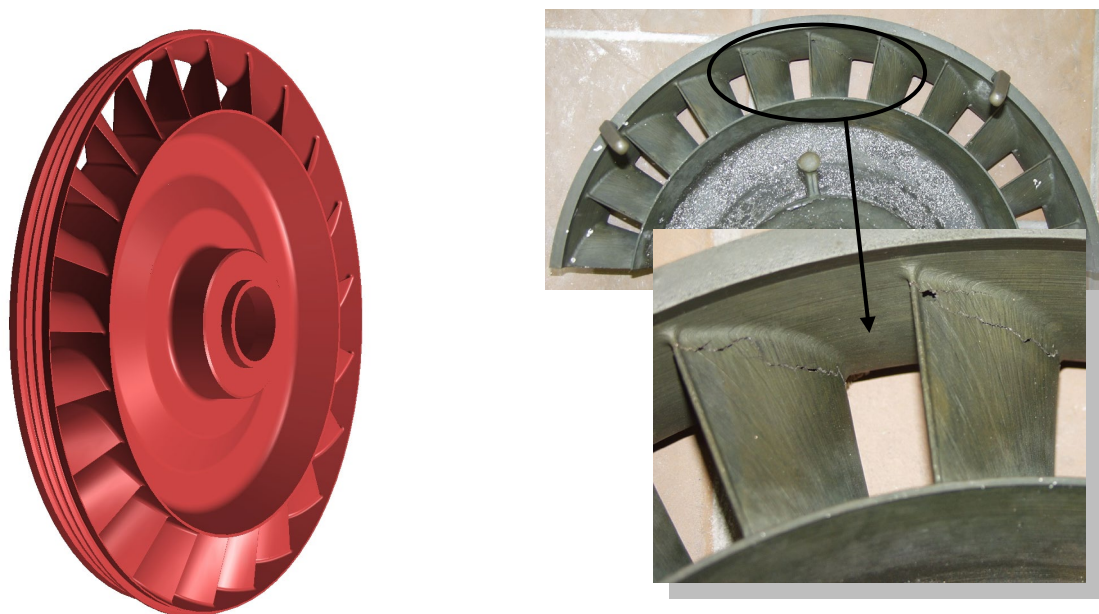


Рис. 1. Пример возникновения трещин вследствие высоких напряжений в отливке

Возникновение и развитие напряжений можно прогнозировать, используя методы математического моделирования напряженно-деформируемого состояния отливки, в процессе ее остывания от жидкого состояния до низких температур.

Система компьютерного моделирования литейных процессов (САМ ЛП) «ПолигонСофт» имеет в своем составе модуль «Салют-D», разработанный ООО «Фоундрикад» по заказу ФГУП «ММПП «Салют», совместно с Российской Академией Наук.

Модель, используемая в этом модуле, описывает поведение материалов отливки и формы в процессе остывания и возникновения в них напряжений уравнениями термоупругопластичной среды.

Термоупругие свойства определяются модулем Юнга E , коэффициентом Пуассона ν и коэффициентом температурного линейного расширения α , которые зависят от температуры T . Функции $E(T)$, $\nu(T)$, $\alpha(T)$ будем считать заданными. Обозначим среднее напряжение σ , а относительное изменение объема частиц (при малых деформациях) Θ , тогда согласно закону Дюгамеля-Неймана, объемный закон Гука с учетом изменения температуры имеет вид:

$$\sigma = \frac{1}{3} \left[\frac{E(T)}{1 - 2\nu(T)} \right] (\Theta - 3\alpha\Delta T). \quad (1)$$

Для описания зависимости девиатора тензора напряжений S_{ij} от процесса деформирования использованы геометрические представления процессов нагружения А.А. Ильюшина в соответствии с которыми, девиатор тензора напряжений в текущий

момент времени пропорционален разности между девиатором тензора текущей деформации и девиатором тензора пластической деформации (тензор пластической деформации совпадает со своим девиатором), т.е.:

$$S_{ij}(t) = D(e_{ij}(t) - e_{ij}^{(P)}(t)). \quad (2)$$

где e_{ij} - девиатор текущей деформации, $e_{ij}^{(P)}$ - девиатор тензора пластической деформации.

В пятимерном пространстве девиаторов, введенным А. А. Ильюшиным это выглядит следующим образом (рис. 2):

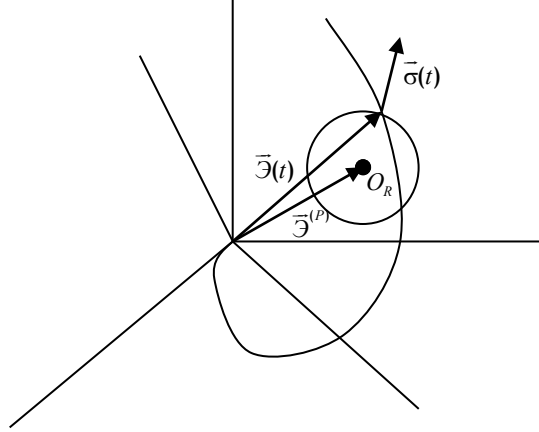


Рис. 2. Пятимерное пространство девиаторов тензоров деформаций

На рис. 2 введены следующие обозначения:

O_R - точка полной разгрузки частицы материала;

$\vec{\Xi}$ - пятимерный вектор, компоненты которого взаимно однозначно соответствуют компонентам девиатора тензора деформаций e_{ij} ;

$\vec{\Xi}^{(P)}$ - пятимерный вектор, соответствующий компонентам девиатора пластической деформации;

$\vec{\sigma}$ - пятимерный вектор, определяющий девиатор тензора напряжений.

Предполагается, что если в момент времени t точка траектории деформаций оказывается внутри поверхности текучести, конфигурацию которой будем предполагать сферической с центром в точке, определяемой концом вектора $\vec{\Xi}^{(P)}$ в пространстве деформаций, то

$$S_{ij}(t) = 2\mu(T) \cdot (e_{ij}(t) - e_{ij}^{(P)}(t)), \quad (3)$$

где $e_{ij}^{(P)}$ - при численных расчетах берется с предыдущего момента времени $t - \Delta t$,
 μ - модуль сдвига.

В трансляционно изотропно упрочняющейся модели предполагается, что $e_{ij}^{(P)}$ - девиатор, соответствующий точке полной разгрузки O_R и коэффициент D изменяются в зависимости от процесса деформирования и температуры T .

Кинетика изменения $e_{ij}^{(P)}$ определяется следующим образом:

$$\Delta e_{ij}^{(P)} = [e_{ij}(t) - e_{ij}^{(P)}(t)] - \frac{S_{ij}(t)}{2\mu(T)}. \quad (4)$$

Остаётся определить скалярный коэффициент D и тогда для любого заданного процесса деформирования будут однозначно определяться процессы изменения пластической деформации и процесс изменения девиатора тензора напряжений.

Поскольку описанные соотношения определяют девиатор тензора напряжений с точностью до задания коэффициента D в зависимости от процесса деформирования, то для определения зависимости этого коэффициента от e_{ij} рассмотрим простой процесс,

легко реализуемый в эксперименте - одноосное растяжение образца. Тогда зависимость D от процесса деформирования может быть восстановлена по экспериментальным данным. Экспериментальная кривая $\sigma_u \sim \epsilon_u$ аппроксимируется двухзвенной ломаной, изображенной на (рис. 3).

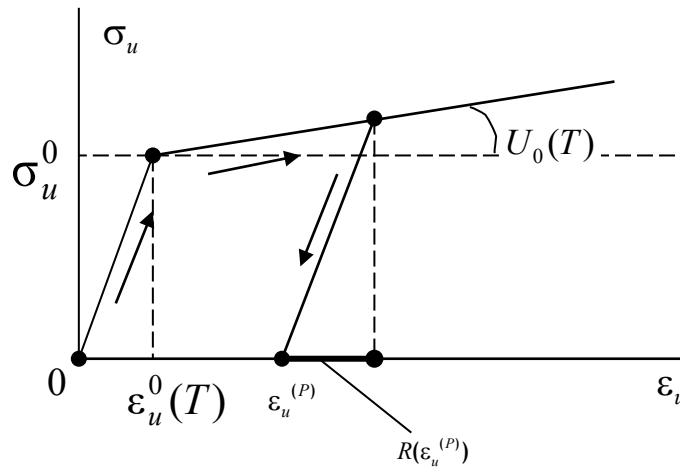


Рис. 3. Аппроксимация экспериментальной кривой $\sigma_u \sim \epsilon_u$

Функции $\epsilon_u^0(T)$, σ_u^0 , $U_0(T)$ характеризуют зависимость механических свойств от температуры.

Если процесс деформирования в векторном пятимерном представлении продолжается в момент времени t вне поверхности текучести, коэффициент D определим следующим образом:

$$D = \frac{2}{3} \frac{3\mu(T)R(\epsilon_u^{(P)}) + U_0(T)(\epsilon_u^0 - R(\epsilon_u^{(P)}))}{\epsilon_u^0}. \quad (5)$$

где ϵ_u^0 - интенсивность упругих деформаций.

Если же процесс деформирования в момент времени t оказывается внутри поверхности текучести, то

$$D = 2\mu(T), \quad \mu(T) = \frac{\sigma_u^0(T)}{3\epsilon_u^0(T)} \quad (6)$$

Радиус поверхности текучести $R(\epsilon_u^{(P)})$ определяется следующим образом:

$$R(\epsilon_u^{(P)}) = \frac{\sigma_u^0(T)}{3\mu(T)} \quad (7)$$

Эта формула, так же как и формула для D получаются из требования совпадения результатов модели с экспериментами на одноосное растяжение образцов.

Метод решения задачи

Для решения задачи об определении напряжений и деформаций в отливке и форме использован метод локальных функционалов, который является модификацией метода конечных элементов и успешно опробован для решения других задач теории пластичности при малых деформациях.

Отметим, что распределение температуры в изделии для каждого момента времени предполагается рассчитанным отдельно (в модуле Фурье-3D), т.е. заданно для каждого момента времени.

Отливка и форма разбиваются на конечные элементы в форме тетраэдров. В каждом элементе введена локальная система координат ξ, η, ζ , которая связывается с

эйлеровой, пространственной евклидовой системой координат линейными соотношениями (рис. 4):

$$\begin{aligned}x(\xi, \eta, \zeta) &= x_A + (x_B - x_A)\zeta + (x_C - x_A)\eta + (x_D - x_A)\xi, \\y(\xi, \eta, \zeta) &= y_A + (y_B - y_A)\zeta + (y_C - y_A)\eta + (y_D - y_A)\xi, \\z(\xi, \eta, \zeta) &= z_A + (z_B - z_A)\zeta + (z_C - z_A)\eta + (z_D - z_A)\xi.\end{aligned}\quad (8)$$

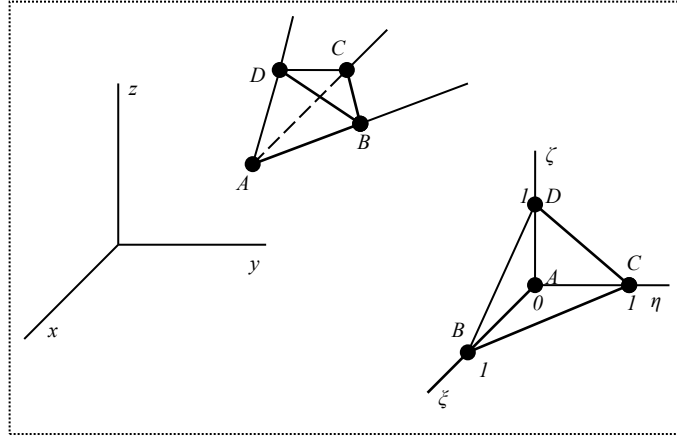


Рис. 4

Функции аналогичные (8) используются и для распределения компонент вектора смещений и поля температуры. Определённые в углах элемента компоненты тензора напряжений позволяют вычислить обобщённые силы, приведённые к узлам тетраэдра:

$$Q_x(A) = \iiint_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}^{A,x} dV, Q_y(A) = \iiint_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}^{A,y} dV, Q_z(A) = \iiint_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}^{A,z} dV \quad (9)$$

где $\delta \varepsilon_{ij}$ - виртуальные деформации, соответствующие виртуальным смещениям вершин тетраэдра (элемента).

Далее необходимо собрать все силы по углам тетраэдров, примыкающим к каждому глобальному узлу. Равенство нулю суммарной обобщённой силы, приведённой к углу, означает локальное уравнивание поля напряжений. На границе области обобщённые узловые силы должны удовлетворять задаваемым условиям. Уравнивание сил во внутренних узлах и удовлетворение граничным условиям производится итерационным методом.

Проверка адекватности и внедрение

Адекватность и устойчивость выбранных алгоритмов расчета напряженного состояния отливки проверены путем сравнения результатов расчета тестовой отливки с аналогичным расчетом, сделанным в системе ProCAST (Франция). При расчете в обеих программах использованы одинаковые конечно-элементные сетки расчетной области, одинаковые свойства сред отливки и формы и одинаковые граничные условия. Предварительно рассчитанные тепловые поля имеют некоторые отличия в силу незначительного различия в реализации решения тепловой задачи.

Внешний вид геометрии расчетной области отливка-форма представлен на рис. 5. В тестовом расчете материал формы имел свойства абсолютно жесткого тела, что означает отсутствие перемещения узлов сетки формы и отсутствие в ней напряжений. Не допускается так же проникновение материала отливки в материал формы.

Результаты тестового расчета демонстрируют качественное совпадение распределения интенсивности напряжений, полученного по обеим программам. Причины количественных различий в значениях интенсивности напряжений могут быть следующие:

- различие в вычислительных алгоритмах, используемых для расчёта механических полей;

- имеющиеся различия в значениях температурных полей.
- использование различных моделей сред.

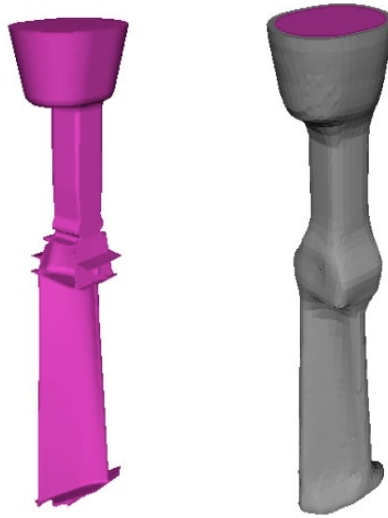


Рис. 5. Внешний вид тестируемой отливки.
Слева – модель отливки, справа – отливка в форме.

Для сравнения представлены распределения значений интенсивности напряжений в узлах отливки для различных моментов времени, полученные соответственно с помощью созданной модели (модуль «Салют-D») и с помощью пакета ProCAST (рис. 6).

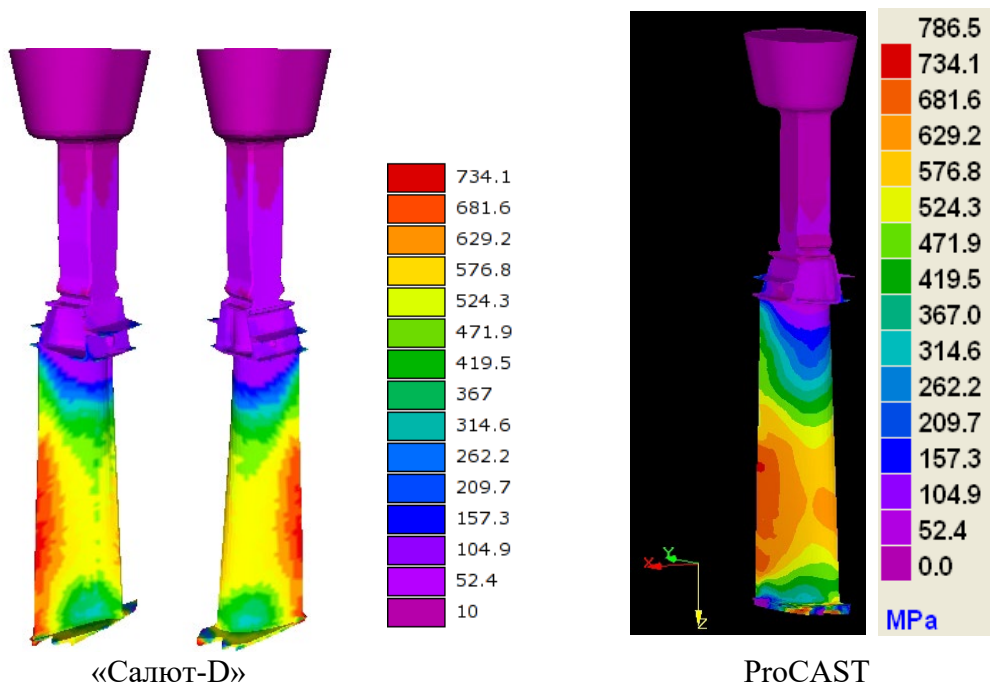


Рис. 6. Результаты тестового расчета

ВЫВОД

Разработанная математическая модель для расчет напряжений и деформаций в отливке и форме вполне адекватно описывает деформационные процессы протекающие в процессе остывания литой заготовки. Это подтверждают тестовые расчеты, выполненные на модуле «Салют-D», созданном по заказу ФГУП «ММПП «Салют» и внедренном в пакет СКМ ЛП «ПолигонСофт».